جامعة اشور
كلية الهندسة
قسم الهندسة المدنية

الطـــرق العدديـــة
Numerical Methods

المستوى الثالث / الفصل الدراسي الخامس

أستاذ المادة

م. د. نداء حسين عبد عون

المحاضرة الأولى (ج 1)

2025-2026

Introduction, Divided Difference, Difference Table

Introduction

المقدمة

Numerical methods: are mathematical techniques and tools used to find approximate solutions to mathematical problems that are difficult to solve analytically, such as integrals, differential equations, and nonlinear equations, through systematic, iterative calculations. These methods are used in various fields, such as engineering, science, and economics, and rely on the use of computers to perform the necessary calculations to arrive at the approximate solution.

الطرق العددية هي تقنيات وأدوات رياضية تستخدم لإيجاد حلول تقريبية للمسائل الرياضية التي يصعب حلها تحليليًا بالطرق التقليدية، مثل التكاملات والمعادلات التفاضلية والمعادلات غير الخطية، وذلك عن طريق حسابات متكررة وممنهجة. تستخدم هذه الطرق في مجالات متنوعة كالهندسة، والعلوم، والاقتصاد، وتعتمد على استخدام الحاسوب لإجراء العمليات الحسابية اللازمة للوصول إلى الحل التقريبي .

What are numerical methods?

ما هي الطرق العددية؟

- **حلول تقريبية :لا تهدف الطرق العددية لإيجاد حل دقيق أو تحليلي**، بل تقدم تقديرات قريبة جدًا من الحل الحقيقي للمسألة .
- **الاستخدام العملي: تستخدم بكثرة عندما يكون الحل التحليلي مستحيلاً أو صعبًا للغاية**، مما يجعلها أداة أساسية في التطبيقات العملية والهندسية .
- **تقريب العمليات الرياضية :تتيح تقريب العمليات الرياضية** مثل التكاملات، والمعادلات التفاضلية، وأنظمة المعادلات الخطية .
- **أدوات حسابية: هي بمثابة** خوارزميات تطبق على الحاسوب أو الآلات الحاسبة لإيجاد الحلول التقريبية، وتشكل أساس "التحليل العددي ."

Why do we use numerical methods?

لماذا نستخدم الطرق العددية؟

- **صعوبة الحلول التحليلية:** الكثير من المشاكل الرياضية، خاصة تلك التي تشمل معادلات تفاضلية أو أنظمة معقدة، لا يمكن حلها تحليليًا .
- **الحاجة إلى حلول عملية:** تتطلب مجالات مثل الهندسة والفيزياء حلولًا تقريبية دقيقة بما يكفي لأغراض عملية .
- **حل مشاكل واسعة النطاق:** تسمح بحل أنظمة معادلات كبيرة ومعقدة، مثل إيجاد القوى في هياكل الجمالونات المعقدة .

Examples of its uses:

أمثلة على استخداماتها:

- تستخدم الأساليب العددية في الهندسة المدنية لتقريب حلول المشكلات الرياضية المعقدة التي لا يوجد لها حل تحليلي أو يصعب إيجاده .تُعد هذه الطرق أساسية لتحليل سلوك الهياكل تحت الأحمال، مثل حساب القوة، والصلابة، والاستقرار، والاهتزازات. تُطبق على نطاق واسع في مجالات مثل تحليل المرونة الخطية باستخدام برامج متخصصة، وفي محاكاة سلوك التربة والمنشآت الهندسية، مما يوفر للمهندسين الأدوات اللازمة لتصميم الحلول الهندسية الموثوقة والفعالة.
- **حل المعادلات التفاضلية:** إيجاد حلول تقريبية للمعادلات التفاضلية العادية والجزئية في مجالات الفيزياء والكيمياء والأحياء .
- **تقييم التكاملات المحددة:** في الحالات التي يكون فيها إيجاد القيمة المضبوطة للتكامل أمرًا مستحيلًا أو صعبًا جدًا .
- **حل أنظمة المعادلات:** في التحليل العددي، تُطبق طرق لحل أنظمة المعادلات الخطية وغير الخطية، مثل طريقة نيوتن .

اهميتها في الهندسة المدنية:

- **تحليل الهياكل:** تُستخدم الأساليب العددية لحساب قوة وصلابة واستقرار واهتزاز العناصر الهيكلية تحت تأثير الأحمال المختلفة .
- **نمذجة سلوك المواد:** تساعد في محاكاة سلوك المواد الهندسية المعقدة، مثل سلوك التربة والخرسانة، مما يتيح فهمًا أعمق لتفاعلات الأنظمة الهندسية .

- **تصميم الموارد الحاسوبية:** تُعد الأساليب العددية جزءًا أساسيًا من البرمجيات المتخصصة في الهندسة المدنية، حيث تُمكّن من تطوير برامج فعالة لتصميم وتحليل المنشآت .
- **التحقق والتحديث:** تُمكن من معايرة النماذج العددية والتحقق منها باستخدام بيانات الاختبار الفيزيائية، مما يزيد من موثوقية النماذج الهندسية .

يقدم هذا المقرر أساليب عددية لحل المسائل الرياضية. ويتناول نظرية وتطبيقات تقنيات التقريب العددي، بالإضافة إلى تطبيقاتها الحاسوبية. ويغطي الحساب الحاسوبي، وحل المعادلات غير الخطية، والاستكمال والتقريب، والتكامل والتفاضل العددي، وحل المعادلات التفاضلية، وحساب المصفوفات.

Learning and Teaching Resources — مصادر التعلم والتدريس

Required Texts

- "Numerical methods in engineering" · M. Salvadori, M. Baron, D. C. Drucker

Recommended Texts

- "Numerical methods" , S.R.K. Iyengar, R.K. Jain, , 2009.
- "Numerical Methods Fundamentals and Applications" , Rajesh Kumar Gupta, Cambridge University Press ,2019.
- Websites.

Errors in numerical computations

1- Errors from the method of solution, since all numerical methods are only approximate.
2- Errors from solution truncation, since numerical methods are iterative and the iterations cannot continue infinite times.
3- Errors from numbers round off.
4- Errors from the mathematical model of the physical problems. For example, in flexural formula the dx^2 term is neglected, also usually $\sin\theta$ is approximated to θ for small values of the later.

الأخطاء في الحسابات العددية

1- أخطاء من طريقة الحل، لأن جميع الطرق العددية تقريبية فقط.
2- أخطاء من اقتطاع الحل، لأن الطرق العددية تكرارية ولا يمكن أن تستمر التكرارات لانهائيًا.
3- أخطاء من تقريب الأعداد.
4- أخطاء من النموذج الرياضي للمسائل الفيزيائية. على سبيل المثال، في صيغة الانحناء، يُهمل حد dx^2، وعادةً ما يُقرب $\sin\theta$ إلى θ للقيم الصغيرة لهذا الحد.

Error calculation

حسابات الأخطاء

If x_{approx} is an approximate to x_{exact} then:

1- The absolute error is E or $\Delta = \left| x_{exact} - x_{approx} \right|$.

2- The relative error is $R = \left| \frac{x_{exact} - x_{approx}}{x_{exact}} \right|$.

3- The percent relative error is $P = \left| \frac{x_{exact} - x_{approx}}{x_{exact}} \right| \times 100$.

حفظ

يمكن أن نعبر عن الأخطاء عادة:

1- الخطأ المطلق Absolute error:

ويعرف بأنه عبارة عن الفرق بين القيمة الحقيقية والقيمة التقريبية ويرمز له بالشكل: E او Δ .

X_{exact} هي القيمة الحقيقية (الدقيقة)

$X_{approx.}$ القيمة التقريبية المحسوبة أو التقريبية التجريبية.

$$E = |\Delta X| = |Xe - Xa|$$

2- الخطأ النسبي Relative error:

ويرمز له بالحرف (R) وهو عبارة عن الخطأ المطلق مقسوماً على القيمة الحقيقية. حيث إن الخطأ المطلق لا يعطي فكرة حقيقية عن دقة القياس. مثلاً: لو قسنا طول غرفة وطول المسافة من بغداد إلى البصرة وكان الخطأ المطلق نفسه فالسؤال هو أي القياسين أدق. طبعاً المسافة من بغداد إلى البصرة أدق.

$$R = \left|\frac{Xe-Xa}{Xe}\right| = \left|\frac{\Delta X1}{Xe1}\right|$$

3- النسبة المئوية للخطأ النسبي Percent Relative error:

ويرمز له بالحرف (P) وهو عبارة عن الخطأ المطلق مقسوماً على القيمة الحقيقية مضروبا في 100 % .

$$P = \left|\frac{Xe-Xa}{Xe}\right| * 100\%$$

Example:

If the true measured value is X1 = 10 cm with an absolute error ofΔ X1 = 1 mm, and the true measured value is X2 = 20 m with an absolute error of ΔX2 = 2 cm:

A - Calculate the relative error in each measurement.

B - Which measurement is more accurate?

مثال:

إذا كانت القيمة الحقيقية المقاسة X 1 = 10 سم وبخطأ مطلق Δ X1 = 1 ملم, والقيمة الحقيقية المقاسة X2 = 20 م وبخطأ مطلق ΔX2 = 2 سم :-

أ – أحسب الخطأ النسبي في كل من القياسين؟

ب – أي القياسين أدق؟

الحـــل:

أ) الخطأ النسبي في القياس الأول:

$$R1 = \left|\frac{Xe-Xa}{Xe}\right| = \left|\frac{\Delta X1}{Xe1}\right| = \left|\frac{1}{100}\right| = 0.01$$

الخطأ النسبي في القياس الثاني:

$$R2 = \left|\frac{Xe-Xa}{Xe}\right| = \left|\frac{\Delta X2}{Xe2}\right| = \left|\frac{2}{2000}\right| = 0.001$$

ب) نسبة الخطأ النسبي في القياس الأول 1%

$P_1 = R_1 * 100\% = 0.01 * 100 = 1\%$

نسبة الخطأ النسبي في القياس الثاني =% 0.1

$P_2 = R_2 * 100\% = 0.001 * 100 = 0.1\%$

ففي القياس الأول يكون مقداراً الخطأ هو + 1 ملم في 100 ملم ، أما في القياس الثاني فمقدار الخطأ هو: 2 سم في 2000 سم
ومنه نجد أن القياس الثاني هو الأدق، بالرغم من أن الخطأ المطلق الثاني أكبر من الخطأ المطلق الأول إلا أن القياس الثاني أدق من الأول.

Note: The accuracy of a measurement depends not only on the absolute error, but also on the ratio between the absolute error and the measured value, provided that the units are identical. The smaller the relative error, the more accurate the measurement.

ملاحظـــــــــة: لا تتوقف دقة القياس على الخطأ المطلق فقط بل على النسبة بينه وبين القيمة المقاسة على أن تكون الوحدات متماثلة. ويكون القياس أكثر دقة كلما كان الخطأ النسبي صغيراً.

Exercise1:

A trainee measured the voltage across the two ends of a resistor. The measured value was 49V. If the expected voltage value according to theoretical calculations was 50V, calculate:

1. **Absolute error.**
2. **Relative error**

تمرين1 :

قام متدرب بقياس جهد على طرفي مقاومة فكانت القيمة المقاسة تساوي 49V ,اذا كانت القيمة المتوقعة للجهد حسب الحسابات النظرية تساوي 50V ،احسب:

1- الخطأ المطلق.

2- الخطأ النسبي.

Exercise 2:

Suppose that you have the task of measuring the lengths of a bridge and a rivet and come up with 9999 and 9 cm, respectively. If the true values are 10,000 and 10 cm, respectively, compute
(a) the absolute error.
(b) the percent relative error for each case.

تمرين 2

افترض أن لديك مهمة قياس طولي جسر ومسمار، وحصلت على 9999 و9 سم على التوالي. إذا كانت القيمتان الصحيحتان 10000 و10 سم على التوالي، فاحسب
(أ) الخطأ المطلق.
(ب) النسبة المئوية للخطأ النسبي لكل حالة.