جامعة اشور
كلية الهندسة
قسم الهندسة المدنية

(ENGINEERING STATISTICS)

الاحصاء الهندسي

المرحلة الأولى

م. د. نداء حسين

المحاضرة الرابعة

2024-2025

(Measures of Variation (Range, Mean Deviation, Standard Deviation))

(مقاييس التباين (المدى، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري))

1-The Range: is the highest value minus the lowest value. The symbol R is used for the range.

R =(highest value - lowest value)

For example: The range of the set 2, 3, 3, 5, 5, 5, 8, 10, 12 is (12 - 2)= 10.

Sometimes the range is given by simply quoting the smallest and largest numbers; in the above set, for instance, the range could be indicated as 2 to 12, or 2–12.

*Extremely high and extremely low values have an influence on the range value, as in the example below:

1-المدى: هو القيمة الأعلى ناقص القيمة الأدنى.

يتم استخدام الرمز R للمدى.

R = (أعلى قيمة - أدنى قيمة)

على سبيل المثال: مدى المجموعة

2, 3, 3, 5, 5, 5, 8, 10, 12 is (12 - 2)= 10

أحيانًا، يُعطى المدى ببساطة بذكر أصغر وأكبر رقم؛ ففي المجموعة أعلاه، على سبيل المثال، يمكن الإشارة إلى المدى من ٢ إلى ١٢، أو من ٢ - ١٢.

* القيم العالية جدًا والمنخفضة جدًا تؤثر على قيمة المدى، كما في المثال أدناه:

Example 16: The salaries for the staff of the XYZ Manufacturing Co. are shown below. Find the range.

Staff	Salary
Owner	$100,000
Manager	40,000
Sales representative	30,000
Workers	25,000
	15,000
	18,000

المثال 16: رواتب موظفي شركة XYZ للتصنيع موضحة أدناه. أوجد المدى.

النطاق هو R = (100,000 - 15,000) $ = 85,000$

بما أن راتب المالك مُدرج في بيانات المثال، فإن النطاق رقم كبير.

The range is R = (100,000 - 15,000) $ = 85,000 $.

Since the owner's salary is included in the data of the example, the range is a large number.

2- **The Mean Deviation or average deviation:** is used to describe the dispersion around the middle value, and it is for a set of n numbers $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is abbreviated MD and is defined by:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i - \bar{X}|}{n}$$

Where:

M.D: Mean deviation; x_i: readings; $\bar{X}$ the arithmetic mean;

n: total number of data.

الانحراف المتوسط: يستخدم لوصف التشتت حول القيمة الوسطى، وهو لمجموعة n من الأرقام X_1 ، X_2، ...، X_n

يختصر بـ MD ويتم تعريفه بواسطة:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i - \bar{X}|}{n}$$

M.D: متوسط الانحراف؛ xi: القراءات ؛ $\bar{X}$المتوسط الحسابي؛ n: العدد الإجمالي للبيانات.

Example 17: Find the mean deviation for the data: 9, 8, 6, 5, 7

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{9+8+6+5+7}{5} = 7$$

Xi	$Xi - \bar{X}$	$\lvert Xi - \bar{X}\rvert$
9	2	2
8	1	1
6	-1	1
5	-2	2
7	0	0

$$\sum|Xi - \bar{X}| = 6$$

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{6}{5} = 1.2$$

3- The Variance, Standard Deviation and Coefficient of Variation:

The **variance** is the average of the squares of the distance of each value from the mean. The symbol for the population variance is σ^2.

The **standard deviation** is the square root of the variance. The symbol for the population standard deviation is σ.

To eliminate the negative signs of the dispersion, each value is squared to calculate the variance from the average value, then a square root is calculated to put the standard deviation in the same units as the raw data. The formulas for the variance and the standard deviation for a sample (denoted by S):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^2}{n} \quad \text{and} \quad S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^2}{n}} \qquad C.V = \frac{S}{\bar{X}}.100\%$$

Where:

S^2: the variance of a sample; S: the standard deviation of a sample;

C.V: the coefficient of variation;

$\bar{x}$: the arithmetic mean; n: total number of readings.

٣ -التباين، الانحراف المعياري، ومعامل التباين:

التباين هو متوسط مربعات بُعد كل قيمة عن المتوسط.

رمز تباين المجتمع هو σ^2 .

الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين. رمز الانحراف المعياري للمجتمع هو σ .

لاستبعاد الإشارات السالبة للتشتت، يُربع كل قيمة لحساب التباين عن المتوسط، ثم يُحسب الجذر التربيعي لوضع الانحراف المعياري بنفس وحدات البيانات الخام. صيغ التباين والانحراف المعياري للعينة (يُرمز لها بالرمز S)

حيث:

S^2 : تباين العينة؛ S: الانحراف المعياري للعينة؛ C.V: معامل التباين؛ $\bar{x}$: المتوسط الحسابي؛ n: إجمالي عدد القراءات.

Example 18: Find the variance, the standard deviation and the coefficient of variation for the set of data: 9,8,6,5,7.

مثال 18: أوجد التباين والانحراف المعياري ومعامل التباين لمجموعة البيانات: 9،8،6،5،7.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{9+8+6+5+7}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (xi - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(9-7)^2 + (8-7)^2 + (6-7)^2 + (5-7)^2 + (7-7)^2}{5} = 2$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2} = 1.41$$

$$C.V = \frac{1.41}{7} * 100 = 20.14\%$$

Example 19: The following data are the sample of test results 3,9,10,4,7,8,9,5,7,8. Find the variance, the standard deviation and the coefficient of variation.

The sample mean is $\overline{X}= 7$,

i	X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	3	−4	16
2	9	2	4
3	10	3	9
4	4	−3	9
5	7	0	0
6	8	1	1
7	9	2	4
8	5	−2	4
9	7	0	0
10	8	1	1
$\sum$		0	48

The sum of the observations in the last column is

$\Sigma(Xi - \overline{X})^2 = 48$.

So,

$S_2 = 48/10 = 4.8$ $\quad S = \sqrt{4.8} = 2.19$ $\quad C.V = \frac{2.19}{7} * 100 = 31..3\%$

4- **Coefficient of Quantile Variation:**

معامل تباين الكميات:

$$C.Q.V = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

Where:
Q_1 the first quantile, (25%) of the initial data, Q_3: third quantile, (75%) of the initial data.

Example 20: find the coefficient of quantile range for the dataset of 10 scores: 45, 53, 57, 60, 68, 72, 75, 80, 85, 90.

Solution:

Arrange the data in **ascending** form: 45, 53, 57, 60, 68, 72, 75, 80, 85, 90.

حيث:
Q_1هو الكميات الأولى (25%) من البيانات الأولية، Q_3 هو الكميات الثالثة (75%) من البيانات الأولية.

مثال 20: أوجد معامل نطاق الكميات لمجموعة بيانات مكونة من 10 درجات: 45، 53، 57، 60، 68، 72، 75، 80، 85، 90.

الحل: نرتب البيانات تصاعديا

Rx= (X/K) x n

q1 = (25/100) x n

= (25/100) x 10 = 2.5

q1 = 3

Q1 =57

Rx= (X/K) x n

q 3 = (75/100) x n

= (75/100) x 10 = 7.5

q3 = 8

Q3 = 80

$$C.Q.V = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$C.Q.V = \frac{80 - 57}{80 + 57} = 0.167$$

5- Standard Scores: A standard score or z-score tells how many standard deviations a data value is above or below the mean for a specific distribution of values. If a standard score is zero, then the data value is the same as the mean.

$$standard\ score = \frac{value - mean}{standard\ deviation}, \quad \text{, In symbols} \quad z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

Example 21: A student scored 65 on a calculus test that had a mean of 50 and a standard deviation of 10; he scored 30 on a history test with a mean of 25 and a standard deviation of 5. Compare his relative positions on the two tests.
First, find the *z* scores. For calculus the *z* score is

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{65 - 50}{10} = 1.5$$

For history the *z* score is

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{30 - 25}{5} = 1.0$$

Since the z score for calculus is larger, his relative position in the calculus class is higher than his relative position in the history class.

٥ ـ الدرجات المعيارية: تُشير الدرجة المعيارية اوz-score إلى عدد الانحرافات المعيارية التي تكون عليها قيمة البيانات أعلى أو أقل من المتوسط لتوزيع قيم مُحدد.

إذا كانت الدرجة المعيارية صفرًا، فإن قيمة البيانات تُعادل المتوسط.

المثال 21: حصل طالب على 65 درجة في اختبار حساب التفاضل والتكامل بمتوسط 50 وانحراف معياري 10؛ وحصل على 30 درجة في اختبار التاريخ بمتوسط 25 وانحراف معياري 5. قارن بين ترتيبه النسبي في الاختبارين.

أولًا، أوجد قيمة .Z في حساب التفاضل والتكامل،

في التاريخ، قيمة Z هي

بما أن قيمة Z في حساب التفاضل والتكامل أكبر، فإن ترتيبه النسبي في حصة حساب التفاضل والتكامل أعلى منه في حصة التاريخ.

المثال 22: متوسط الدرجات في امتحان رخصة القيادة هو 76 بانحراف معياري 5. أوجد الدرجة المعيارية z score المقابلة لكل درجة. a. 79, b. 65, c.88

Example 22: The average score on a license exam is 76 with a standard deviation of 5. Find the corresponding z score for each raw score. a. 79, b. 65, c.88

$$z_a = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{79 - 76}{5} = 0.6 \qquad z_b = \frac{65 - 76}{5} = -2.2 \qquad z_c = \frac{88 - 76}{5} = 2.4$$

Homework No. 3

1- For the data shown below find (*a*) the range (*b*) the mean deviation (c) the standard deviation, (d) coefficient of variation, (e) the standard score (f) coefficient of quantile variation
110, 76, 29, 38, 105, 31.

2- For the data shown below find (*a*) the range (*b*) the mean deviation (c) the standard deviation, (d) coefficient of variation, (e) the standard score (f) coefficient of quantile variation
99, 72, 25, 39, 107, 30,76.