جامعة اشور
كلية الهندسة
قسم الهندسة المدنية

(ENGINEERING STATISTICS)

الاحصاء الهندسي

المرحلة الأولى

م. د. نداء حسين

المحاضرة الثالثة

2024-2025

(Median, Quantiles and Mode)

الوسيط، الكميات والمنوال

2. The Median: The median of a group of data after arrange it by ascending or descending form is the middle number if the group numbers are odd, or the mean of two middle numbers if the group numbers are even. If we have (n) of numbers and the values of these data are (X_1, X_2, X_3, X_4, ..., X_n), then the median becomes:

1. Arrangement the data in ascending or descending form.
2. $M = X_{(n+1)/2}$ if the numbers of data is odd.
3. $M = \left\{X_{(\frac{n}{2})} + X_{(n+2)/2}\right\}.\frac{1}{2}$ if the numbers of data is even.

2. الوسيط: الوسيط لمجموعة بيانات، بعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا، هو العدد الأوسط إذا كانت أرقام المجموعة فردية، أو متوسط عددين متوسطين إذا كانت أرقام المجموعة زوجية. إذا كان لدينا (n) من الأرقام، وكانت قيم هذه البيانات (X_1, X_2, X_3, X_4, ... X_n) ثم يصبح الوسيط:

1. نرتب القيم ترتيبا تصاعديا او تنازليا.
2. ذا كانت عدد القيم فردي فقيمة الوسيط وترتيبه

$$M = X_{(n+1)/2}$$

3. إذا كانت عدد القيم زوجيا فقيمة الوسيط وترتيبه

$$M = \left\{X_{(\frac{n}{2})} + X_{(n+2)/2}\right\}.\frac{1}{2}$$

د. نداء حسين عبد عون

Example 6: find the median of the following data 20, 30, 25, 23, 22, 32, 36?

Solution:

Arrange the data in ascending or descending form:

20, 22, 23, 25, 30, 32, 36

The number of data is odd number (n) =7

The median M = $(X_{(n+1)/2}) = (X_{(7+1)/2}) = X_4 = 25$

Example 7: Six customers purchased these numbers of magazines: 1, 7, 3, 2, 3, 4. Find the median.

Solution:

Arrange the data in ascending or descending form:

1, 2, 3, 3, 4, 7

The number of data is even number (n) =6

The median = $\left\{X_{(\frac{n}{2})} + X_{(n+2)/2}\right\}.\frac{1}{2}$ $=(X_3+X_4)/2 = (3+3)/2 = 3$

Example8: The final exam scores for 14 students are 73, 74, 92, 98, 100, 72, 75, 85, 76, 94, 89, 77, 79, 99. Compute the median?

Solution:

Arrange the data in ascending or descending form:

72, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 85, 89, 92, 94, 98, 99, 100

The number of data is even number (n) =14

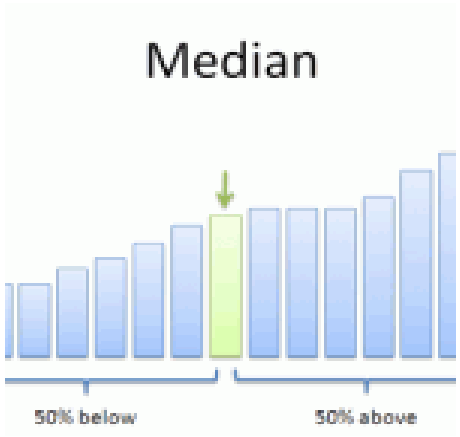
The median = $\left\{X_{(\frac{n}{2})} + X_{(n+2)/2}\right\}.\frac{1}{2}$

= $(X_7+X_8)/2 = (79+85)/2 = 82$

3- The Quantiles:

In simple terms, a quantile is where a sample is divided into equal-sized, adjacent, subgroups.

The median is a quantile; the median is placed in a probability distribution so that exactly half of the data is lower than the median and half of the data is above the median. The median cuts a distribution into two equal areas and so it is sometimes called 2-quantile.



٣- المقدار الكمي (الكميات):

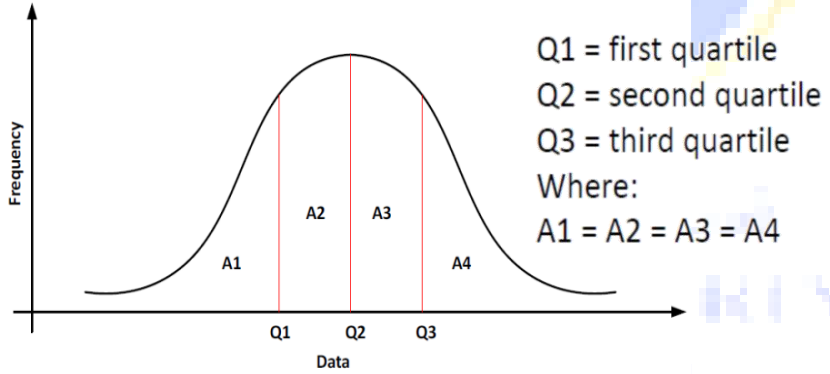
ببساطة، الكميات هي تقسيم العينة إلى مجموعات فرعية متجاورة ومتساوية الحجم.

الوسيط هو مقدار كمي؛ يوضع الوسيط في توزيع احتمالي بحيث يكون نصف البيانات بالضبط أقل من الوسيط ونصفها الآخر أعلى منه. يقسم الوسيط التوزيع إلى منطقتين متساويتين، ولذلك يُطلق عليه أحيانًا الكميات الثنائية.

Quartiles: Quartiles are also quantiles; they divide the distribution into four equal parts.

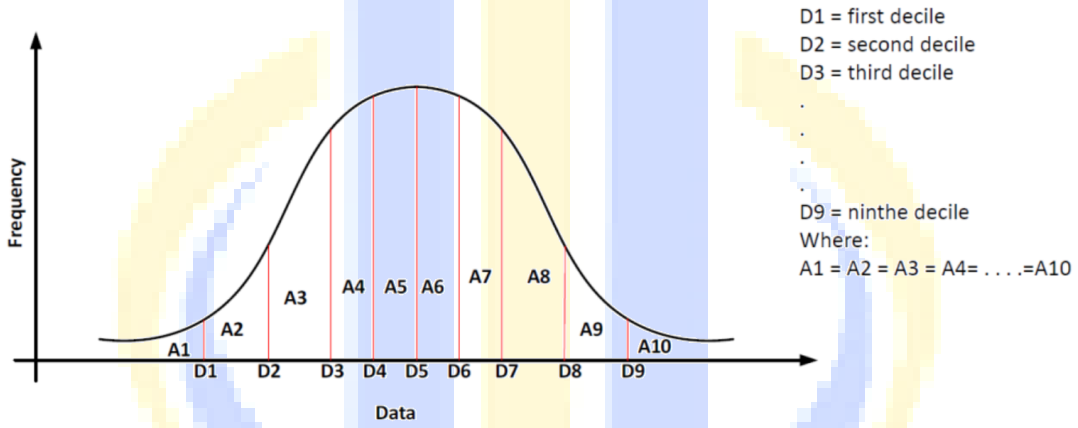
Four equal parts divided by three quartiles.

الرباعيات (الارباع) هي أيضا كميات. فهي تقسم التوزيع إلى أربعة أجزاء متساوية.



Deciles – deciles are quantiles that divide a distribution into 10 equal parts.

الأعشار: هي أرباع تقسم التوزيع إلى **10** أجزاء متساوية



Percentiles: are quantiles that divide a distribution into 100 equal parts and

النسب المئوية هي أرباع تقسم التوزيع إلى **100** جزء متساوٍ.

The same procedure for division is done for finding percentiles for any frequency distributed curve

P1 = first percentile
P2 = second percentile
P3 = third percentile
.
.
.
P99 = ninety ninth percentile

Where:

A1 = A2 = A3 = A4= . . .. =A100

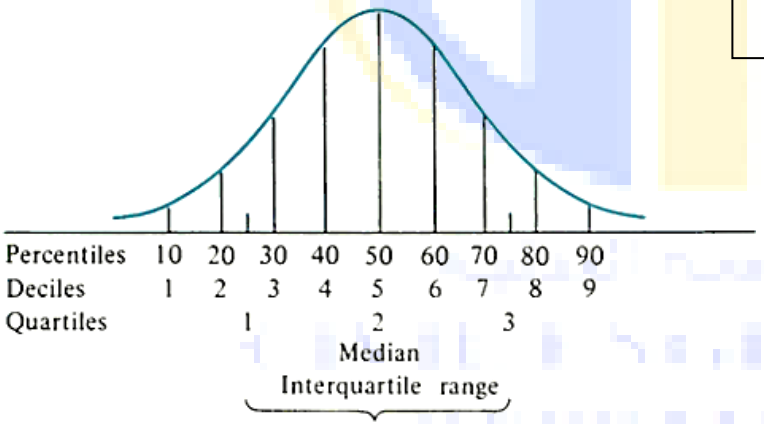
تُجرى عملية القسمة نفسها لإيجاد النسب المئوية لأي منحنى توزيع تكراري.

P1 = النسبة المئوية الأولى
P2 = النسبة المئوية الثانية
P3 = النسبة المئوية الثالثة
.
.

P99 = النسبة المئوية التاسعة والتسعون

حيث:

A1 = A2 = A3 = A4 = ... = A100



لإيجاد الأرباع، أو العُشر، أو النسب المئوية، نتبع الإجراء التالي:

- رتّب البيانات **تصاعديًا فقط**.
- أوجد الأرباع، أو العُشر، أو النسب المئوية باستخدام الصيغة التالية:

$$Rx = (X/K) \times n$$

حيث:

R: هي الأرباع، أو العُشر، أو النسب المئوية التي يُرمز لها بـ q أو d أو p على التوالي.

X:هي درجة الأرباع، أو العُشر، أو النسب المئوية المطلوبة في السؤال.

K:عدد صحيح يساوي (4) للربيعيات، و(10) للعشريات، و(100) للنسب المئوية.

n:هو العدد الإجمالي للبيانات المعطاة.

- إذا كانت قيمة R المحسوبة في الخطوة السابقة عشرية، فقربها لأقرب عدد صحيح واختر العدد المحدد.

- من ناحية أخرى، إذا كانت قيمة R عددًا صحيحًا، فهناك حالتان:

-إذا كانت قيمة (n) فردية، فخذ العدد المحدد فقط.

-إذا كانت قيمة (n) زوجية، فخذ متوسط عدد هذا العدد الصحيح والعدد الذي يليه.

To find the **quartiles**, or **deciles**, or **percentiles** we follow the following procedure:

- Arrange the data in **ascending form only.**
- Find quartiles, deciles, and percentiles using the following form

$$Rx = (X/K) \times n$$

Where:

R: is the quartiles, or deciles, or percentiles denoted by q, d or p respectively.

X: is the degree of quartiles, or deciles, or percentiles required in the question.

K: is an integer number equal to (4) for quartiles, (10) for deciles and (100) for percentiles.

n: is the total number of the given data.

- If the value of R, calculated in the above step is decimal, then rounded up to the nearest integer and select the specific number.
- On the other hand, if the value of R is integer, there are two cases:
  - The value of (n) is odd, then take the specific number only.
  - The value of (n) is even, then take the mean of the number of that integer and the number follow it.

The median, quartiles, deciles, percentiles, and other partition values are collectively called <u>quantiles or fractiles.</u>

يُطلق على المتوسط والربعيات والعشريات والنسب المئوية وقيم التقسيم الأخرى بشكل جماعي اسم <u>الكميات أو الكسور</u> .

Example 9: Find the deciles D1, D5, and D8 of the following data 20, 30, 25, 23, 22, 32, 36, 18?

Solution:

Arrange in ascending form, n=8

18, 20, 22, 23, 25, 30, 32, 36

Rx= (X/K) x n

d1 = (1/10) x n

= (1/10) x 8 = 0.8

d1 = 1

D1 = 18

Rx= (X/K) x n

d5 = (5/10) x n

= (5/10) x 8 = 4

d5 = mean of (4), and (5)

D5 = (23+25) /2 = 24

Rx= (X/K) x n

d8 = (8/10) x n

= (8/10) x 8 = 6.4

d8 = 7

D8 = 32

Example 10: Find the quartiles Q1, Q2, and Q3 of the following data 20, 30, 25, 23, 22, 32, 36?
Solution:

Arrange in ascending form, n=7
20, 22, 23, 25, 30, 32, 36

Rx= (X/K) x n
q1 = (1/4) x n
= (1/4) x 7 = 1.75
q1 = 2
Q1 = 22

Rx= (X/K) x n
q 2 = (2/4) x n
= (2/4) x 7 = 3.5
q 2 = 4
Q2 = 25

Rx= (X/K) x n
q 3 = (3/4) x n
= (3/4) x 7 = 5.25
q 3 = 6
Q3 = 32

Example 11: Find the percentiles P8, P50, and P85 of the following data 20, 30, 25, 23, 22, 32, 36?

Solution:

Arrange in ascending form, n=7

20, 22, 23, 25, 30, 32, 36

Rx= (X/K) x n

p8 = (8/100) x n

= (8/100) x 7 = 0.56

p8 = 1

P8 = 20

Rx= (X/K) x n

p 50 = (50/100) x n

= (50/100) x 7 = 3.5

p50 = 4

P50 = 25

Rx= (X/K) x n

p 85 = (85/100) x n

= (85/100) x 7 = 5.95

P85 = 6

P85 = 32

4- **The Mode:** The mode of a set of numbers is that value which occurs with **the greatest frequency**; that is, it is **the most common value**.
For example: The mode of the set 2, 2, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12,18 = 9.
And the set 3, 5, 8, 10, 12, 15,16 has no mode.
The mode here 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9 is 4 and 7, and is **called bimodal**
A distribution having only one mode is called unimodal.

٤ -المنوال: ان منوال مجموعة أعداد هو القيمة **الأكثر تكرارًا**؛ أي أنها **القيمة الأكثر شيوعًا**.
مثال: منوال المجموعة 2, 2, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12,18 = 9.
والمجموعة 3, 5, 8, 10, 12, 15,16 ليس لها منوال. (لا يمكن ان نقول تساوي صفرا لان الصفر قيمة لبعض البيانات مثل درجات الحرارة)
المنوال هنا 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9 هو 4 و7، **ويُسمى توزيعًا ثنائي المنوال.**
التوزيع الذي يحتوي على منوال واحد فقط **يُسمى توزيعًا أحادي المنوال.**

Example 13: Find the mode of the following data 18.0, 14.0, 34.5, 10, 11.3, 10, 12.4, 10

Solution:

Since (10) occurred 3 times—a frequency larger than any other number—the mode is (10).

Example 14: Find the mode for the following data. 401, 344, 209, 201, 227, 353

Solution

Since each value occurs only once, there is no mode.

Note: Do not say that the mode is zero. That would be incorrect, because in some data, such as temperature, zero can be an actual value.

Example 15: The data show the number of licensed nuclear reactors for a recent 15-year period. Find the mode.

104, 104, 104, 104, 104, 107, 109, 109, 109, 110, 109, 111, 112, 111, 109

Solution

Since the values 104 and 109 both occur 5 times, the modes are 104 and 109. The data set is said to be bimodal.

H. W 1:

1) Find the percentiles P8, P50, and P85 of the following data 20, 30, 25, 23, 22, 32, 36, 18?

2) Find the quartiles Q2, and Q3 of the following data 2, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 14, 16, 22, 45, 65?

3) Find the mean and median of the following sets of numbers.

(a) −1, 0,3, 0, 2, −5.

(b) 2, 2, 3, 10, 100, 1,100.

4)The final exam scores for 15 students are 73, 74, 92, 98, 100, 72, 74, 85, 76, 94, 89, 73, 76, 99. Compute the mean and median?

5)The average of 23 numbers is (14.7), What is the sum of these numbers?

6) Define the following:

a. unimodal.

b. Deciles.

c. Median.

7) We cannot say that it is equal to zero for a set of values that has no mode (discuss the statement)?

Report

Submit a report of at least five pages on the most important measures of central tendency, explaining the relationship between them.

Homework No. 2

1- For the data shown below find (*a*) the arithmetic mean, (*b*) the geometric mean, (c) the harmonic mean, (d) the median, (*e*) the mode.

62, 72, 66, 79, 83, 61, 62, 85, 72, 62, 74, 71, 42, 38, 91, 62, 77, 90, 74, 63, 64, 68, 42.

2- For the data shown below find (*a*) Q1, Q3 (*b*) D2, D8 (c) P35, P50.

200, 160, 156, 200, 30, 300, 224, 346, 170, 55.

3- For the data shown below find (*a*) Q2, Q3 (*b*) D3, D5 (c) P55, P92.

68, 37, 153, 252, 300, 141, 57.